

УДК 624.012

Сравнение методов определения прогибов железобетонных балок переменного сечения

Врублевский П.С.

(Научный руководитель – Щербак С.Б.)

Белорусский национальный технический университет,
Минск, Беларусь

В своем развитии конструкции из железобетона имеют тенденцию к уменьшению объемов материалов необходимых для их изготовления. В этом контексте балки переменного сечения решают проблему уменьшения массы несущих конструкций. В балке, работающей на изгиб, наиболее напряженной зоной будет нижняя часть сечения, требующая обеспечения необходимого армирования. Следовательно, при проектировании зданий с большими величинами пролета необходима установка продольных стержней арматуры.

Балки переменного сечения позволяют лучше использовать несущую способность элемента по всей их длине. Они дают экономию материалов в сравнении с балками постоянного профиля, значительная часть которых работает при напряжениях, значительно меньших допускаемых. В технологическом отношении изготовление балок переменного профиля несколько сложнее. Вопрос выбора конструкций решается с экономических позиций, а иногда и с учетом общей компоновки и эстетики.

Принцип определения прогиба железобетонного элемента

Расчет железобетонных элементов по прогибам производят из условия

$$a \leq a_{lim},$$

где a – прогиб железобетонного элемента от действия внешней нагрузки;

a_{lim} – значение предельно допустимого прогиба железобетонного элемента.

Прогибы железобетонных конструкций определяют по общим правилам строительной механики в зависимости от изгибных, сдвиговых и осевых деформационных характеристик железобетонных

элементов в сечениях по его длине (кривизны, углов сдвига, относительных продольных деформаций).

В тех случаях, когда прогибы железобетонных элементов, в основном, зависят от изгибных деформаций, значение прогибов определяют по кривизне элемента.

Прогиб железобетонных элементов, обусловленный деформацией изгиба, определяют по формуле:

$$a = \int_0^l \overline{M}_x \cdot k_x dx,$$

где M_x – изгибающий в сечении x от действия единичной силы, приложенной в сечении, для которого определяется прогиб, в направлении этого прогиба;

k_x – полная кривизна элемента в сечении от внешней нагрузки, при которой определяется прогиб.

Порядок определения кривизны и радиус кривизны изогнутой оси железобетонной балки в её центре при кратковременном действии нагрузки.

Проверим сечение балки на образование трещин нормальных к продольной оси элемента.

Расчёт по образованию трещин выполняется исходя из условно упругой модели сечения по упрощённой методике в соответствии с п. 9.8.1.4 СНБ 5.03.01-02.

Проверка по образованию трещин производится по условию:

$$M_{sd} \leq M_{cr}, \quad M_{cr} = f_{ctm} \cdot W_c,$$

где W_c – упругий момент сопротивления бетонного сечения при образовании трещин нормальных к продольной оси элемента; f_{ctm} – прочность бетона на осевое растяжение, установленная для проектирования конструкций.

Кривизна оси балки определяется по следующей формуле:

$$k = \frac{M_{sd}}{B}$$

Однако, в случае образования трещин в растянутой зоне балки, её жесткость $B(x)$ определяется по формуле:

$$B = \frac{E_{c,eff} \cdot I_{II}}{1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M_{Sd}}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{I_{II}}{I_1}\right)},$$

где I_1 – упругий момент инерции бетонного сечения без трещин;
 I_{II} – упругий момент инерции бетонного сечения с трещинами в растянутой зоне; $E_{c,eff}$ – эффективный модуль упругости бетона;
 $E_{c,eff} = E_{cm}$ – при кратковременном действии нагрузки.

В расчёте железобетонное сечение считается бетонным при приведении арматуры к бетону, а именно:

Площадь приведённого сечения:

$$A = A_c + \alpha_E \cdot A_s,$$

где A – площадь приведённого бетонного сечения;

A_c – площадь сечения бетона;

A_s – площадь рабочей арматуры;

α_E – коэффициент приведения.

Статический момент приведённого сечения:

$$S = S_c + \alpha_E \cdot S_s,$$

где S – статический момент приведённого бетонного сечения;

S_c – статический момент сечения бетона;

S_s – статический момент рабочей арматуры;

α_E – коэффициент приведения.

Момент инерции приведённого сечения рассчитывается по упрощённым формулам приведённым ниже.

Определение момент инерции сечения балки без трещин при кратковременном действии нагрузки:

$$x_1 = k_{x1} \cdot h;$$

$$k_{x1} = \frac{x_1}{h} = \frac{0,5 + \alpha_E \cdot \rho_{\ell_1} \cdot \frac{d}{h}}{1 + \alpha_E \cdot \rho_{\ell_1}},$$

$$\alpha_E = \frac{E_s}{E_{c,eff}},$$

$$\rho_{\ell_1} = \frac{A_s}{b \cdot h},$$

$$k_1 = 1 + 12 \cdot \left(0,5 - k_{x1} \right)^2 + 12 \cdot \alpha_E \cdot \rho_{\ell_1} \cdot \left(\frac{d}{h} - k_{x1} \right)^2,$$

$$I_1 = k_1 \cdot \frac{b \cdot h^3}{12}.$$

Определение момент инерции сечения балки с трещинами в растянутой зоне при кратковременном действии нагрузки:

$$k_{xII} = \frac{x_{II}}{d} = -\alpha_E \cdot \rho_{\ell_{II}} + \sqrt{\left(\alpha_E \cdot \rho_{\ell_{II}} \right)^2 + 2 \cdot \alpha_E \cdot \rho_{\ell_{II}}},$$

$$\rho_{\ell_{II}} = \frac{A_s}{b \cdot d},$$

$$k_{II} = 4 \cdot k_{xII}^3 + 12 \cdot \alpha_E \cdot \rho_{\ell_{II}} \cdot \left(-k_{xII} \right)^2,$$

$$I_{II} = k_{II} \cdot \frac{b \cdot d^3}{12}.$$

В случае отсутствия образования трещин принимается $I_{II} = I_1$.

В соответствии СНБ 5.03.01-02, для железобетонных элементов прямоугольного, таврового и двутаврового сечений с арматурой, сосредоточенной у верхней и нижней граней, и усилиями, действующими в плоскости симметрии сечения, допускается определять прогиб при изгибе а по следующей формуле:

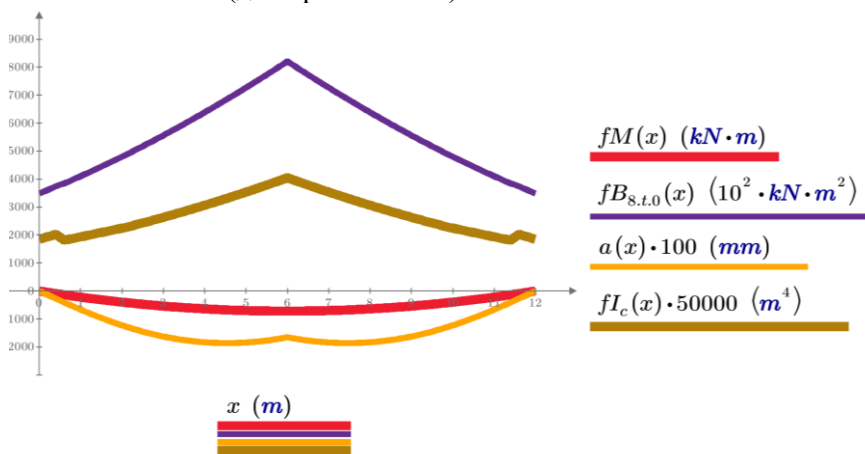
$$a = a_k \cdot \frac{M_{sd} \cdot l_{eff}^2}{B},$$

где M_{sd} вычисляется в сечении, расположенном посередине балки, а B вычисляется в сечении, расположенном на расстоянии $0,37 \cdot l_{eff}$ от торца балки.

Результаты расчета

По результатам расчета в программном комплексе Mathcad Prime построен наглядный график, демонстрирующий принцип изменения изгибающего момента, поперечной силы, жесткости, прогиба, про-

гиба по СНБ 5.03.01-02 и момента инерции сечения в каждой точке запроектированной трапециевидной железобетонной балки переменного сечения (для пролета 12 м).



Таким образом, можно наблюдать, что прогиб, вычисленный по СНБ 5.03.01-02 в ряде случаев превышает значение прогиба, вычисленного в общем виде.

ЛИТЕРАТУРА

1. Железобетонные и каменные конструкции / В.Н, Бондаренко [и др.]. – М.: Высшая школа, 2002. – 876 с.
2. Бетонные и железобетонные конструкции: СНБ 5.03.01-02. – Минстройархитектуры РБ, Минск 2003. – 140 с.