абитуриентов. Второй не менее важной задачей является поднятие уровня школьной математической подготовки. Нужно в средней школе вернуть классы с более глубокой математической подготовкой. Не лучшую роль в отборе абитуриентов играет и система централизованного тестирования. Нужно предоставить университетам самим проводить вступительные экзамены. Необходимы преобразования и организации учебного процесса в самих университетах, такие, как увеличение часов на изучение высшей математики, чтение спецкурсов по дополнительным главам математики, уделение большего внимания на самостоятельную работу студентов. Всё перечисленное выше позволит поднять уровень математического образования будущего инженера и поспособствует подготовке конкурентоспособного специалиста, способного решить важнейшие задачи, стоящие перед человечеством: энергетическую – создание управляемого термоядерного синтеза; экологическую – сохранение природы; социальную – исследование социальной эволюции систем общества, способное дать исторический прогноз, произвести инжиниринг развития человечества.

УДК 514.742:378.147.091.3

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ В ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ В СРЕДНЕЙ И ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ НА ПРИМЕРЕ ТЕМЫ «ВЕКТОРЫ»

[1]Чернявская С.В., к.ф.-м.н., доцент,
[2]Зейфман И.С., учитель высшей категории
[1]Белорусский национальный технический университет
[2]ГУО «СШ№144»
Минск, Республика Беларусь

Аннотация:
Рассматривается проблема преемственности преподавания математики в средней и высшей школе на примере изучения темы «Векторы». Определяются наиболее существенные трудности и нестыковки школьной и вузовской программ, приводится пример применения векторного метода.

Обучение математике в средней и высшей технической школе – сложный, многоуровневый процесс, состоящий из целого ряда этапов. Эффективность усвоения математических знаний в значительной степени зависит от условий, которые позволят осуществить преемственную связь между этими этапами, обеспечить целостность, непрерывность и единство образовательного процесса. Взаимодействие между школой и вузом должно быть направлено на обеспечение плавного перехода от одного уровня математической подготовки к другому и должно соответствовать тем основным задачам, которые призвано решать современное непрерывное математическое образование. Одной из обязательных составляющих успешного обучения становится обеспечение преемственности в курсе математики средней и высшей школы, которая проявляется в целях, содержании, формах организации и методах обучения. Преемственность может интерпретироваться, например, как связь между различными предметами в процессе обучения, или как использование полученных ранее знаний при дальнейшем изучении того же самого предмета, или как постоянство и единообразие требований, предъявляемых учащимся при переходе с одного образовательного уровня на другой. Но во всех этих случаях преемственность понимается как некоторая связь нового со старым, получение возможности решить новые задачи на основе синтеза предыдущих и вновь полученных знаний, умений и навыков. Преемственность в обучении должна в первую очередь обеспечить единый подход к содержанию изучаемого материала в курсе средней и высшей школы. Это означает непрерывное развитие предметно-содержательного наполнения курса, создание на каждом этапе базы для изучения предмета на более высоком уровне за счет расширения и углубления тем для изучения, путем обеспечения «сквозных» линий в содержании, повторений, пропедевтики, использования принципов концентричности и цикличности в организации содержания учебных программ и межпредметных связей.

Проиллюстрируем сказанное на примере изучения одной из важных тем школьного и вузовского курса математики. Тема «Векторы» изучается на уроках геометрии в 10 классе, и получает свое продолжение в разделе «Векторная алгебра» путем ее углубления, расширения и обобщения для случая n-мерных пространств. Рассмотрим, как именно осуществляется содержательная преемственность в изучении данной темы в школе и ВУЗе, с какими существенными проблемами сталкиваются студенты из-за определенных нестыковок и логических разрывов при изложении основ теории векторов в школе.

Известно, что школьное определение вектора как направленного отрезка получает свое продолжение в качестве одного из определений в курсе высшей математики. В вузовской методике преподавания, однако, преобладает множественный подход. Вектор – это не что-то единичное, конкретное, а нечто всеобъемлющее, множество, класс. Направленных отрезков существует бесконечное количество, а вектор, который они все представляют, – один. В этом существенное отличие вузовского подхода от школьного. В школьном курсе основное внимание уделяется изучению векторов на плоскости и в пространстве, а также линейным преобразованиям векторов, заданных геометрически. Определенное внимание придается рассмотрению векторно-координатного метода в решении алгебраических и геометрических задач в двумерном или трехмерном пространстве. В вузе же эта тема углубляется и расширяется, а за ней следуют большие тематические блоки «Прямая на плоскости», «Прямая и плоскость в пространстве», которые нельзя в должной мере освоить без повторения и более глубокого изучения векторной алгебры. В вузовском курсе существенный упор делается на детализацию темы «Операции над векторами», вводятся понятия коллинеарности и компланарности, линейной зависимости и независимости векторов. Это – новый материал, а его усвоение является хорошим подспорьем в дальнейшем. В курсе аналитической геометрии студенты знакомятся с линейной зависимостью (независимостью) системы векторов на примерах двух- и трёхмерного пространства, в то время как позже, в курсе алгебры, размерность пространства окажется в общем случае больше трёх. Проверяя систему векторов на линейную зависимость, студенты попутно актуализируют свои умения решать системы линейных уравнений. Опираясь на линейную независимость векторов, учащихся подводят к определению базиса пространства. Понятие базиса является одним из основополагающих понятий аналитической геометрии и векторной алгебры. В курсе векторной алгебры изучается, в основном, базис плоскости и трёхмерного пространства, затем – базис из n векторов. В школьном курсе базис вообще не изучается, его заменяют понятием прямоугольной системы координат на плоскости или в пространстве, состоящей из двух или трех попарно перпендикулярных координатных осей с отмеченными на них единичными отрезками. При этом ничего не говорится о том, почему именно двух координатных прямых на плоскости и трех в пространстве достаточно для однозначного определения местоположения точки, существенно ли требование взаимной перпендикулярности координатных осей и возможны ли другие координатные системы, более удачно описывающие положение точки или линии. Несмотря на то, что в школьном курсе геометрии векторам уделяется определенное внимание, студенты-первокурсники часто не видят на чертеже сумму или разность, не могут прочитать чертёж, хотя и могут сложить или вычесть отдельно предложенные им векторы. Выразить один вектор через данные представляет для них определенную трудность. Ещё труднее, как им кажется, найти координаты вектора, взяв за базисные эти данные векторы, хотя задача, по сути, уже решена, и осталось приложить минимум усилий. Всё это проистекает от недостаточно проработанной школьной базы и затруднений в понимании того, что координаты вектора это не только разность координат конца и начала направленного отрезка, а ещё и коэффициенты разложения вектора по базисным векторам. Далее в курсе высшей математики рассматриваются три важнейших произведения векторов: скалярное, векторное и смешанное. Со скалярным произведением учащиеся вуза уже в некоторой степени познакомились в школе, поэтому теперь идёт повторение материала с его углублением. Здесь ограничиваются скалярным произведением в двумерном и трёхмерном пространствах, однако в курсе алгебры в дальнейшем студенты возвращаются к скалярному произведению, но уже в многомерных пространствах. Два других типа произведений векторов- совершенно новый материал для студентов. При изучении темы «Векторное произведение» они встречаются со знакомыми со школы задачами о нахождении площади параллелограмма и треугольника, для решения которых теперь достаточно вычислить определитель третьего порядка, независимо от вида треугольника, длин его сторон и величин углов. При изучении смешанного произведения решается одна из базовых задач стереометрии о вычислении объема параллелепипедов и пирамид, что, вообще говоря, является непростым заданием в школьном курсе. Если раньше для вычисления объемов и площадей фигур требовалось применять достаточно большое количество знаний и демонстрировать уверенные навыки владения материалом, то теперь достаточно знать только координаты всех вершин многогранника, а сами пространственные фигуры вовсе не нужно изображать на чертеже. Кроме того, можно легко вычислить площадь любой грани пирамиды, найти высоту пирамиды, расстояния от точек до плоскостей и до прямых в пространстве, углы между ребрами и гранями, используя свойства скалярного, векторного и смешанного произведения. Мы считаем, что данный материал нужно включить для изучения на школьном факультативе, поскольку он дает важный инструмент решения стереометрических задач, как правило, вызывающих затруднения у школьников. В качестве примера приведем традиционную задачу на нахождение угла между прямой и плоскостью.

Задача. На рёбрах $AB,\ AD$ и AA_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ отмечены точки K, L и M так, что $AK : KB = 1 : 2$, $AL : LD = 1 : 3$, $AM : MA_1 = 1 : 4$. Найти угол α между прямой AC_1 и плоскостью KLM.

Решение. Примем точку A за начало системы координат, координатные оси направим по рёбрам куба, взяв рёбра за единичные отрезки. Определим координаты вершин куба: $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A_1(0;0;1)$, $C_1(1;1;1)$, $K\left(\frac{1}{3};0;0\right)$, $L\left(0;\frac{1}{4};0\right)$ и $M\left(0;0;\frac{1}{5}\right)$.

Уравнение плоскости KLM имеет вид $ax+by+cz+d=0$, а поскольку координаты точек K, L и M удовлетворяют данному уравнению, то, подставив их координаты в него и решив полученную систему уравнений относительно a,b,c, запишем уравнение плоскости KLM: $3x+4y+5z-1=0$, причем вектор $\overline{N}(3;4;5)$ является нормальным (перпендикулярным) вектором данной плоскости. Прямой AC_1 параллелен вектор $\overline{AC_1}(1;1;1)$. Находим:

$$\overline{N}\cdot\overline{AC_1}=3\cdot1+4\cdot1+5\cdot1=12,\ |\overline{N}|=\sqrt{\overline{N}\cdot\overline{N}}=\sqrt{3^2+4^2+5^2}=5\sqrt{2},$$

$$|\overline{AC_1}|=\sqrt{\overline{AC_1}\cdot\overline{AC_1}}=\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3},\ \sin\alpha=\frac{12}{5\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{6}}{5}\ \text{и}$$

$$\alpha=\arcsin\frac{2\sqrt{6}}{5}.$$

Список использованных источников

1. Латотин, Л.А. Математика, 10 класс / Л.А. Латотин, Б.Д. Чеботаревский, И.В., Горбунова // Адукацыя і выхаванне. – 2013.