

УДК 378.2

МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИИ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РАСЧЕТА ПЛАСТИН ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Вербицкая О.Л., к.т.н., доцент,

Шевчук Л.И., к.т.н., доцент

Белорусский национальный технический университет

Минск, Республика Беларусь

Аннотация:

В настоящее время МКЭ широко используется в программных комплексах для расчета конструкций, что требует правильной подготовки исходных данных и построения расчетных моделей. Это возможно, если инженер понимает саму технологию метода конечных элементов и процесс выполнения расчета. В статье рассмотрены все этапы получения решения по методу конечных элементов.

На базе этого метода разработаны компьютерные программы, имеющие мировую известность – *Lira, Monomax, Scad, Stark, Arm, Ansys*. Однако, для правильного использования этих программ при расчете конструкций, требуется понимание тех математических действий, которые они выполняют, то есть саму технологию метода конечных элементов [1, 2]. Особенно это важно при подготовке исходных данных и выборе расчетной схемы (модели) конструкции.

Нами разработана методика преподавания раздела сопротивления материалов и теории упругости, где детально рассматривается технология выполнения этапов расчета методом конечных элементов. Для возможности лучшего изучения каждой математической операции предусмотрено выполнение расчета пластины, состоящей из двух конечных элементов (рис. 1).

Наличие только двух конечных элементов в численной модели пластины позволяет выполнять вычисления вручную с использованием калькуляторов. Для контроля действий составлена компьютерная программа *Fantom*.

В качестве исходных данных принимаются: толщина пластины t , размеры конечного элемента a и b , нагрузка F , коэффициент Пуассона ν , модуль упругости E .

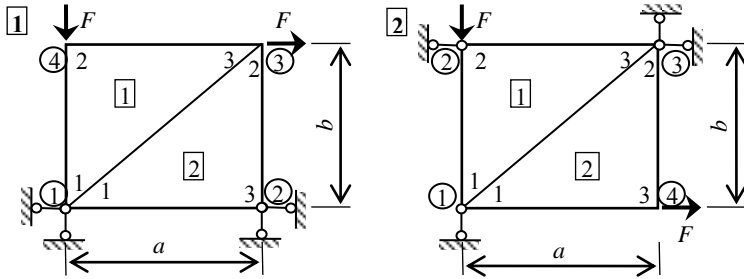


Рис. 1. Расчетные схемы прямоугольных пластин

Технология метода конечных элементов рассматривается поэтапно.

1) Выделяется первый из двух конечных элемента (рис.2) и определяются координаты его узлов.

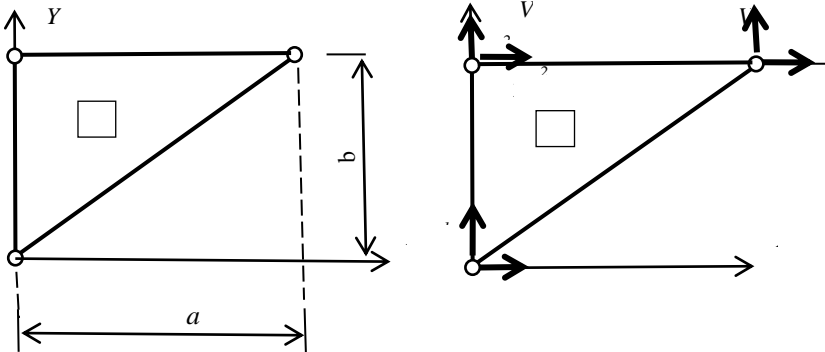


Рис. 2. Первый конечный элемент и перемещения его узлов

$$x_1 = 0; \quad x_2 = 0; \quad x_3 = a;$$

$$y_1 = 0; \quad y_2 = b; \quad y_3 = b.$$

(1)

2) Вычисляются геометрические параметры первого конечного элемента

$$b_1 = y_2 - y_3; \quad c_1 = x_3 - x_2;$$

$$b_2 = y_3 - y_1; \quad c_2 = x_1 - x_3;$$

$$b_3 = y_1 - y_2; \quad c_3 = x_2 - x_1.$$

(2)

3) Вычисляется площадь первого конечного элемента

$$\Delta = \frac{1}{2}(y_3 - y_1)(x_3 - x_1) \quad (3)$$

4) Определяются элементы геометрической матрицы $\bar{B} = [\bar{B}_1, \bar{B}_2, \bar{B}_3]$

$$\bar{B}_1 = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & c_1 \\ 0 & c_1 & b_1 \end{bmatrix}; \quad \bar{B}_2 = \begin{bmatrix} b_2 & 0 & c_2 \\ 0 & c_2 & b_2 \end{bmatrix}; \quad \bar{B}_3 = \begin{bmatrix} b_3 & 0 & c_3 \\ 0 & c_3 & b_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

5) Формируется матрица физических коэффициентов

$$\bar{D} = E \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

6) Матрица первого конечного элемента, представляется в виде девяти подматриц как клеточную матрица

$$\bar{K}_1 = \begin{bmatrix} \bar{K}_{11} & \bar{K}_{12} & \bar{K}_{13} \\ \bar{K}_{21} & \bar{K}_{22} & \bar{K}_{23} \\ \bar{K}_{31} & \bar{K}_{32} & \bar{K}_{33} \end{bmatrix} \quad (6)$$

7) Находятся элементы подматриц K_{ij} , используя следующую индексацию и значения

$$\bar{K}_{ij} = \gamma \bar{B}_j^T \bar{D} \bar{B}_i \Delta = \frac{tE}{4\Delta(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} b_i & 0 & c_i \\ 0 & c_i & b_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_j & 0 \\ 0 & c_j \\ c_j & b_j \end{bmatrix} \quad (7)$$

Аналогичные действия следует выполнить и для второго конечного элемента и получить его матрицу жесткости.

8) Затем следует составить вектор узловых сил, который обычно задается проекциями на координатные оси. Для рассматриваемого случая вектор узловых сил представлен в следующем виде

$$\bar{F} = \gamma [0, 0, 0, 0, F, 0, 0, F]^T \quad (8)$$

9) Для объединения матриц жесткости всех конечных элементов требуется расширить их до порядка равного удвоенному количеству узлов всей конечно-элементной системы. В рассмотренном случае

до порядка равного восьми. В результате получена объединенная матрица жесткости конечно-элементной модели \bar{K}_0

10) Затем формируется система уравнений равновесия

$$\bar{K}_0 \cdot \bar{V} = \bar{F} \quad (9)$$

11) Те узлы, которые расположены на абсолютно жестких опорах, не могут перемещаться. На рассматриваемой схеме (рис. 1) это первый и второй узел. Поэтому уравнения, соответствующие этим узлам необходимо исключить из системы уравнений. В результате получена уплотненная система уравнений (10).

$$\bar{K}_* \cdot \bar{V}_* = \bar{F}_* \quad (10)$$

12) Решив это матричное уравнение, получена уплотненный вектор узловых перемещений

$$\bar{V}_* = [U_3 \quad V_3 \quad U_4 \quad V_4]^T \quad (11)$$

13) Разуплотняем вектор узловых перемещений, учитывая, что на опорах они равны нулю

$$\bar{V} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad U_3 \quad V_3 \quad U_4 \quad V_4]^T \quad (12)$$

14) Из полученного вектора перемещения всей модели выделяются перемещения узлов первого и перемещения узлов второго элемента.

$$V_{k1} = [U_1 \quad V_1 \quad U_3 \quad V_3 \quad U_4 \quad V_4]^T; \quad V_{k2} = [U_1 \quad V_1 \quad U_2 \quad V_2 \quad U_3 \quad V_3]^T \quad (13)$$

15) Составляется матрица, связывающая вектор перемещений и вектор напряжений в первом конечном элементе. При этом используются параметры для первого конечного элемента $b_1, c_1, b_2, c_2, b_3, c_3$.

$$\bar{T}_1 = \frac{E}{2\Delta(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} b_1 & \nu c_1 & b_2 & \nu c_2 & b_3 & \nu c_3 \\ \nu b_1 & c_1 & \nu b_2 & c_2 & \nu b_3 & c_3 \\ \frac{1-\nu}{2} c_1 & \frac{1-\nu}{2} b_1 & \frac{1-\nu}{2} c_2 & \frac{1-\nu}{2} b_2 & \frac{1-\nu}{2} c_3 & \frac{1-\nu}{2} b_3 \end{bmatrix} \quad (14)$$

16) Перемножив матрицу T_1 на вектор узловых перемещений первого конечного элемента получим вектор напряжений в пределах первого конечного элемента

$$\bar{\sigma}_{k1} = \bar{T}_1 \bar{V}_{k1} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_y & \tau_{xy} \end{bmatrix}^T. \quad (15)$$

17) Аналогичные действия выполняются и для второго конечно-го элемента

$$\bar{\sigma}_{k2} = \bar{T}_2 \bar{V}_k = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_y & \tau_{xy} \end{bmatrix}^T. \quad (16)$$

18) Далее, зная напряжения в конечных элементах, можно используя какую-либо теорию прочности проверить прочность материала конструкции.

Список использованных источников

1. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 540 с.
2. Секулович М. Метод конечных элементов / М. Секулович. – М.: Стройиздат, 1993. – 664 с.

УДК 372.853

ПРОВЕДЕНИЕ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ ПО ФИЗИКЕ ЧЕРЕЗ РЕШЕНИЕ КАЧЕСТВЕННЫХ ГРАФИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Глебович В.И., учитель физики

*ГУО «Гимназия №1 имени академика Е.Ф. Карского г. Гродно»
Гродно, Республика Беларусь*

Аннотация:

В статье рассматриваются преимущества использования качественных задач с графическим содержанием при проведении порочного контроля на учебных занятиях по физике. Представлен пример проверочной работы по теме «Равнопеременное прямолинейное движение» для 9 класса, состоящей только из качественных задач с графическим содержанием.

В настоящее время, за счет увеличения наполняемости классных коллективов, учителя сталкиваются с проблемой оценивания учащихся на учебных занятиях. Это касается и учителей физики. Для фронтальной проверки усвоения учебного материала учителя физи-