ма, а значит минимальное значение $f\left(\frac{3\pi}{2}\right)\approx-0,8415$. Изобразив график функции, заключим, что уравнение $\sin(\sin x)=0,8$ имеет два различных корня.

Приведенные примеры показывают необходимость уметь применять свойства не только тригонометрических, но и других элементарных функций для ориентирования в непривычной ситуации нестандартного тригонометрического уравнения, решение которого, тем не менее, не выходит за рамки школьной программы по математике.

Список использованных источников

1. Математика для старшеклассников: методы решения М34 тригонометрических задач: пособие для учащихся учреждений, обеспечивающих получение общ. сред. Образования / А.И. Азаров [и др.]. – Мн.: Аверсэв, 2005. – 448 с.

2. В.В. Ткачук, математика – абитуриенту. – 8-е изд., исправленное и дополненное. М.: МЦНМО, 2001. – 892 с.

УДК 519.72

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ СЕМЕЙСТВА КОДОВ БЧХ С(1,3)

[1]Королёва М.Н., старший преподаватель,
[2]Липницкий В.А., д.т.н., профессор
[1]Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь
[2]Военная академия Республики Беларусь,
Минск, Беларусь

Аннотация:

В статье описан полиномиально-норменный метод коррекции ошибок для кода С(1,3), который обладает большим потенциалом для коррекции широких классов ошибок.

Практически каждый представитель Земной цивилизации осознанно или неосознанно имеет отношение к БЧХ-кодам, обладая тем или иным устройством сотовой связи. Все они относятся к типу цифровых и в обязательном порядке содержат декодеры – специализированные устройства синхронной борьбы с помехами и «шумами», которые могут препятствовать качественной передаче информации. На сегодняшний день все декодеры в системах индивидуальной сотовой связи базируются на одном и том же, ставшим уже классическим, линейном циклическом помехоустойчивом коде Боуза-Чоудхури-Хоквингема (БЧХ-коде) $C(1,3)$ длиной 31.

На самом деле под обозначением $C(1,3)$ прячется бесконечная серия однотипных БЧХ-кодов. Отличаются они друг от друга, прежде всего, длиной n, то есть количеством бит в двоичном векторе информации, передаваемом за один такт работы «сотовика». Как правило, $n = 2^m - 1$ и тогда БЧХ-код называют примитивным. В принципе, n может быть практически произвольным нечетным числом, но удовлетворяющим одному дополнительному условию: $n > 2m$ для наименьшего натурального m, такого, что $2^m - 1$ делится на n. Существование требуемого m гарантируется теоретико-числовой теоремой Эйлера. Если окажется, что равенство $2^m - 1 = nq$ выполняется для наименьшего значения m, и при этом $q > 1$ то БЧХ-код $C(1,3)$ называется непримитивным.

Приведенные названия БЧХ-кодов объясняются видом проверочной матрицы этих кодов. Так, примитивный БЧХ-код длиной $n = 2^m - 1$ задается проверочной матрицей $H = (\alpha^i, \alpha^{3i})^T, 0 \le i \le n-1$. Здесь α –фиксированный элемент поля Галуа $GF(2^m)$ из 2^m элементов. На самом деле матрица H является двоичной прямоугольной матрицей порядка $2m \times n$ поскольку каждый ее элемент α^j как элемент поля $GF(2^m) - m$ –мерного векторного пространства над своим минимальным подполем $GF(2)$ – заменен столбцом из m координат этого вектора в базисе $\alpha^{m-1}, \alpha^{m-2}, \dots, \alpha, 1$. У проверочной матрицы непримитивного БЧХ-кода элемент α заменен на $\beta = \alpha^q$ заведомо не примитивный.

Хорошо известно, что все примитивные БЧХ-коды $C(1,3)$ имеют минимальное расстояние 5 и, следовательно, способны корректировать все ошибки весом 1,2 в общем количестве $C_n^1 + C_n^2 = n(n+1)/2$. Корректируются они в декодерах систем сотовой связи решением в поле Галуа $GF(2^5)$ квадратных уравнений методом Чэня, а по сути, переборным методом – последовательной подстановкой элементов поля в уравнение. Ведь стандартные формулы корней квадратных уравнений в полях характеристики два, по-просту, неприменимы.

В непримитивных БЧХ-кодах $C(1,3)$ минимальное расстояние может быть любым. Соответственно, они способны корректировать ошибки любой кратности. Но для коррекции таких ошибок названными кодами на сегодняшний день применимы лишь перестановочные, норменные методы и их модификации, разработанные белорусскими учеными в начале XXI века.

Одним из наиболее эффективных инструментов для обработки высокоскоростных систем передачи информации оказалась теория норм синдромов (ТНС) [6, 7], построенная на основе автоморфизмов БЧХ-кодов.

К автоморфизмам кодов с проверочной матрицей (1) относится циклическая подстановка σ действующая на каждый вектор $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ по правилу: $\sigma(\bar{x}) = (x_n, x_1, \dots, x_{n-1})$. Очевидно, степени σ образуют циклическую группу $\Gamma = \{\sigma, \sigma^2, \dots, \sigma^n = e\}$ порядка n. Здесь e – тождественная подстановка. Под действием Г всякий вектор образует Г-орбиту:

$$< \bar{x} >= \{\bar{x}, \sigma(\bar{x}), \dots, \sigma^{v-1}(\bar{x})\} \quad (3)$$

для наименьшего положительного v с условием: $\sigma^v(\bar{x}) = \bar{x}$. Как правило, v=n (тогда Г-орбиту называют полной), но иногда, возможно, v является делителем n. Любые две Г-орбиты либо не пересекаются, либо совпадают.

Например, в любом коде векторы ошибок весом 1 образуют одну полную Г-орбиту. Все $C_n^2 = n(n-1)/2$ ошибки весом 2 в кодах нечетной длины $n = 2\mu + 1$ делятся на μ полных Г-орбит: $\bar{e}_{1,2} =< (110 \dots 0) >,:$ $\bar{e}_{1,3} =< (1010 \dots 0) >,:$ $\bar{e}_{1,(\mu+1)} =<$ $(10 \dots 010 \dots 0) >$

Пусть вектор-ошибка $\bar{e}$ в БЧХ-коде с проверочной матрицей (1) имеет синдром $S(\bar{e}) = (S_1, S_2, \dots, S_t)$ Вычисления показывают, что

$$S\big(\sigma(\bar{e})\big) = (\alpha s_1, \alpha^3 s_2, \dots, \alpha^{2H-1} s_t) \quad (4)$$

Из формулы (4) следует, что спектр (множество) синдромов каждой Г-орбиты имеет такую же циклическую структуру, как и сама Г-орбита (формула (3), целиком дублируя ее.

Нормой синдрома $S(\bar{e}) = (S_1, S_2)$ в БЧХ-коде $C(1,3)$ называется величина $N = N\big(S(\bar{e})\big) = S_2/S_1^3$ (см. [6] или [7]). Важнейшее свойство норм синдромов вытекает из формулы (4): $N = N(S(\sigma(\bar{e}))) = N\big(S(\bar{e})\big)$ Это означает, что норма синдрома одинакова для всех векторов-ошибок каждой отдельно взятой Г-орбиты. Данный факт позволяет ввести следующее определение:

Нормой N(J) Г-орбиты J называется норма синдрома любого вектора-ошибки из этой Г-орбиты.

Заметим, что нормы синдромов всех Г-орбит декодируемой совокупности попарно различны. Приведенные факты послужили основой норменных методов коррекции ошибок [6, 7]. Мы их, однако, усилим применением еще одной серии автоморфизмов – циклотомических подстановок. Они являются степенями подстановки $\varphi,$ действующей на кодах нечетной длины и переставляющей координаты $i, 1 \leq i \leq n$, векторов-ошибок по правилу: $\varphi(1) = 1,\ \varphi(i) = 2i - 1$ если $2i - 1 \leq n,$ $\varphi(i) = 2i - 1 - n,$ если $2i - 1 > n$ Циклическая группа, порожденная подстановкой φ имеет порядок $m.$ φ вместе с циклической подстановкой σ порождают некоммутативную группу *G* порядка *mn.*

Каждая *G*-орбита состоит из Г-орбит и имеет подобную на Г-орбиты структуру: $<\bar{e}>_G = \left\{<\bar{e}>, <\varphi(\bar{e})>, \dots, <\varphi^{\lambda-1}(\bar{e})>\right\}$ для наименьшего положительного λ с условием: $\varphi^{\lambda}(<\bar{e}>) = <\bar{e}>$. Как правило, λ=*m* но иногда λ является делителем *m*. На синдромы циклотомическая подстановка действует так: если $S(\bar{e}) = (S_1, S_2, \dots, S_t)$ то $S(\varphi(\bar{e}))=(S_1^2, S_2^2, \dots, S_t^2)$ Аналогично изменяется и норма синдрома в коде $C(1,3)$:$N\big(\varphi(J)\big)=N^2(J)$. Следовательно, норменный спектр всякой *G*-орбиты J_G, то есть множество норм составляющих ее Г-орбит, представляет собой множество T_γ всех сопряженных в поле Галуа $GF(2^m)$ элементу $\gamma = N = N(J)$ для произвольной Г-орбиты $J \in J_G$: $T_\gamma = \{\gamma, \varphi(\gamma) = \gamma^2, \varphi^2(\gamma) = \gamma^4, \dots, \varphi^{\lambda-1}(\gamma)\}$. Это множество корней полинома

$$p_\gamma(x) = (x-\gamma)(x-\gamma^2)\cdot\ \dots \cdot\big(x-\gamma^{\lambda-1}\big) = x^{\lambda} + a_{\lambda-1}x^{\lambda-1} + \dots + 1.$$

с коэффициентами из поля *Z/2Z*. По построению $p_\gamma(x)$ должен быть неприводимым полиномом.

Полином $p_\gamma(x)$ является полиномиальным инвариантом *G*-орбиты $<\bar{e}>_G$. Его можно задавать набором двоичных λ+1 коэффициентов этого полинома: $(1a_{\lambda-1}\dots 1)$. Теперь полиномиально-норменный метод коррекции ошибок для кода *C*(1,3) можно сформулировать следующим образом (детали см. в [11]).

Составляем список 1 образующих Г-орбит ошибок декодируемой совокупности, список 2 синдромов образующих из списка 1, а также список 3 норм синдромов образующих. Все три списка структурируем по *G*-орбитам, на группы по *m* записей в каждой для соответствующих *G*-орбит. Таким образом, на виду остается в *m* раз меньшие списки: список 1' образующих *G*-орбит, список 2' их синдромов и список 3' норм синдромов, а также список 4 полиномиальных инвариантов *G*-орбит корректируемых ошибок.

Приняв очередное сообщение $\bar{x}$, вычисляем его синдром ошибок $S(\bar{x}) = (S_1^*, S_2^*)$ и норму $N^* = N(S(\bar{x}))$, если $S(\bar{x}) \neq \bar{0}$. По вычисленной норме определяем неприводимый над *Z/2Z* полином $p^*(x)$ с корнем N^*. Этот полином сравниваем с данными списка 4. Пусть $p^*(x)$ совпадает с *i*-м полиномом списка 4. Разворачиваем в списке 3 полный набор норм Г-орбит *i*-й *G*-орбиты. Пусть $N^* = N_{ij}$ Находим в списке 2 синдром $S(\bar{e}_{ij}) = (S_1^{ij}, S_2^{ij})$ Вычисляем частное $S_1^*/S_1^{ij} = \alpha^k$ Из формулы (4) следует, что в сообщении $\bar{x}$ вектор-ошибка $\bar{e}^* = \sigma^k(\bar{e}_{ij})$. Тогда $\bar{x} + \bar{e}^* = \bar{c}$ – истинное сообщение.

Все смартфоны и сотовые телефоны работают на коде *C*(1,3) длиной 31, исправляющем 365 векторов-ошибок. Мы изложили в деталях методику декодирования в 22 раза большего количества ошибок. Полиномиально-норменный метод обладает большим потенциалом для коррекции различных и широких классов ошибок.

Семейство БЧХ-кодов по-прежнему остаётся под пристальным вниманием теоретических исследований и практических приложений.

Список использованной литературы

1. Липницкий В.А., Кушнеров А.В., Королёва М.Н. Свойства и параметры обобщённых кодов Боуза-Чоудхури-Хоквингема. // Весці Нацыянальнай акадэміі Беларусі. Серыя фізіка-матэматычных навук, 2020. Том 56, №2. – С. 157–165.
2. Шеннон, К. Работы по теории информации и кибернетике / К. Шеннон. – М.: ИЛ, 1963. – 732 с.
3. Хемминг Р.В. Коды с обнаружением и исправлением ошибок / Р.В. Хемминг. – М.: ИЛ, 1956. – 322 с.

4. Липницкий, В.А. Высшая математика. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: учебное пособие с грифом Минобр. РБ. – МН.: ВА РБ, 2015. – 228 с.

5. Мак-Вильямс, Ф.Дж. Теория кодов, исправляющих ошибки / Ф.Дж. Мак-Вильямс, Н.ДЖ.А. Слоэн. – М.: Связь, 1979. – 744 с.

УДК 796.012.62:615.851.85

ЙОГА В ФИЗИЧЕСКОМ ВОСПИТАНИИ СТУДЕНТОВ

Кузнецова Н.Г., к.п.н., доцент, Камышкайло И.Е., ст.преподаватель, Кузьмицкая Е.А., ст.преподаватель

Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь

Аннотация:

В настоящее время йога развивается как одна из разновидностей оздоровительной физической культуры. Йогой могут заниматься люди разного пола, возраста, физической подготовленности. В статье представлена общая характеристика йоги, рассмотрены особенности и принципы выполнения упражнений. Показана возможность использования упражнений йоги в физическом воспитании студентов.

Йога – оздовительная система упражнений, разрабатываемая на протяжении тысячелетий и занимающаяся физическим, нравственным и духовным благополучием человека в целом [4].

Йога как оздоровительная система имеет пять ступеней, которые тесно взаимосвязаны между собой: хатха-йога, мантра-йога, аштанга-йога, силовая йога, йога Айенгара. Хатха-йога является физической составляющй йоги. Йога включает в себя: асаны (удержание определенной позы некоторое время), дыхательные упражнения, расслабление и медитацию [3, 4].

Отличительные особенности хатха-йоги:

– комплексное воздействие на организм;

– упражнения выполняются в медленном темпе, плавно;

– применяются упражнения растягивающего и скручивающего характера;