

Инвестиционный анализ проектов с дискретно-непрерывным потоком платежей и переменной ставкой

Трифонов Николай Юрьевич,
кандидат физико-математических наук, доцент,
почетный оценщик Республики Казахстан,
Белорусский государственный экономический университет
(г. Минск, Беларусь)

В статье получены ранее неизвестные формулы для наиболее часто применяемых показателей эффективности проектов: для чистой приведенной стоимости NPV при непрерывном или дискретно-непрерывном потоке платежей и переменной ставки, для внутренней ставки доходности IRR при дискретно-непрерывном потоке платежей, а также для используемой при этом ставки приведения (капитализации) при помощи метода накопления финансовых рисков.

The paper provides formulas for the most commonly used project effectiveness indicators: the net present value NPV in view a continuous and discrete-continuous cash flow, a variability of the discount rate, the internal rate of return IRR in view a discrete-continuous cash flow as well as the value of discount rate by build-up method.

Благодарность. Автор выражает благодарность участникам республиканского научно-методического семинара «Экономика недвижимости и оценка стоимости» за конструктивное обсуждение статьи.

Введение. В финансовом анализе основные инструменты (показатели) для определения эффективности некоторого инвестиционного проекта — показатель чистой приведенной стоимости проекта и показатель внутренней ставки доходности (см., напр., [1–3; 10]). При их определении существенными параметрами являются поток платежей (т. е. капитализируемых доходов) и ставка приведения (норма доходности). В проекте в общем случае поток платежей может быть дискретным, непрерывным и дискретно-непрерывным, а ставка приведения — переменной по периодам прогнозирования и в зависимости от природы дохода (текущего или конечного). До настоящего времени точные формулы инвестиционного анализа с учетом этих обстоятельств отсутствовали.

В научный оборот понятие чистой приведенной стоимости (net present value, NPV), во-видимому, век тому назад вводил И. Фишер, что подытожил в классической работе [12], где для этого рассматривалась дискретная модель потока платежей. В середине прошлого столетия метод чистой приведенной стоимости был дополнен идеей конечного возврата капитала (terminal value, TV) [16]. Учет переменной ставки приведения в дискретной модели был произведен в работе [7], которую дополняет и продолжает настоящая статья. Для чистой приведенной стоимости NPV с дискретными периодическими платежами в конце периода (например, начисление дивидендов) и конечным платежом (например, конечной продажей) была получена формула следующего вида:

$$NPV = \sum_{t=0}^n \frac{CF_t}{\prod_{j=1}^t (1+R_j)} + \frac{TV}{\prod_{t=1}^n (1+r_t)}, \quad (1)$$

где CF_t — текущий периодический (обычно годовой) платеж; TV — платеж в конце прогнозного периода (стоимость конечного возврата); R_j — ставка приведения в течение j -го периода (года) для периодического платежа, $R_0 = 0$; r_t — ставка приведения в течение t -го периода (года) для конечного возврата; n — номер последнего периода (года).

В выражении (1) в периодические платежи включена отрицательная начальная инвестиция CF_0 . Здесь и далее предполагается, что при наличии нескольких начальных инвестиций все они должны быть накоплены (пересчитаны по ставке накопления) к началу расчета (первого периода), т. е. к моменту времени $t = 0$.

Чистая приведенная стоимость непрерывного потока платежей. В некоторых инвестиционных проектах, например относящихся к сфере розничной торговли, поток платежей достаточно частый. Такой проект может предусматривать даже ежедневные денежные поступления (и расходы). В этом случае встает вопрос об аккуратном подсчете показателя чистой приведенной стоимости.

В статье [7] в качестве ответа на этот вопрос было предложено просуммировать поток за более крупный разумный период (например, за месяц), а моментом платежа считать середину данного периода. С учетом этих допущений формула (1) для чистой приведенной стоимости была преобразована к виду

$$NPV = \sum_{t=0}^n \frac{CF_t}{(1+R_t)^{1/2} \prod_{j=0}^{t-1} (1+R_j)} + \frac{TV}{\prod_{t=1}^n (1+r_t)}, \quad (2)$$

при условии $R_0 = 0$. Очевидно, что подобное решение носит грубый характер.

Более точным приемом будет описанная далее замена дискретной модели с малым периодом дискретности (в неделю или в день) на непрерывную модель потока платежей [10, с. 98] с плотностью $\rho(t)$ на некотором временном промежутке $[0, n]$. Отметим, что именно в этом промежутке продолжается описываемый инвестиционный проект, в моменте 0 находится начальная инвестиция CF_0 , а в моменте n происходит конечный возврат капитала. В таком случае выражение для расчета чистой приведенной стоимости выглядит следующим образом:

$$NPV = CF_0 + \int \rho(t)v(t)dt + \frac{TV}{\prod_{t=1}^n (1+r_t)}, \quad (3)$$

где $v(t)$ — функция приведения. В случае постоянной интенсивности приведения $\delta(t) = \delta = \text{const}$

$$v(t) = e^{-\delta t}.$$

Первое и последнее слагаемые в выражении (3) описывают дискретные величины (начальную инвестицию и конечный возврат), резко отличающиеся от значений плотности потока платежей, поэтому встраивать их под интеграл нецелесообразно.

Для удобства расчета плотность платежа $\rho(t)$ и функцию приведения $v(t)$ можно аппроксимировать кусочно-линейным образом.

Чистая приведенная стоимость дискретно-непрерывного потока платежей. Существуют инвестиционные проекты, особенно долгосрочные, в которых характер потока платежей двойственный: присутствуют, с одной стороны, выраженные периодические платежи, с другой — периоды времени с частыми денежными поступлениями (и расходами), подобными описанным в предыдущем разделе статьи. Такой поток платежей удобно назвать дискретно-непрерывным. В этом разделе для него будет описан подсчет чистой приведенной стоимости.

Составим исходное описание такого инвестиционного проекта с дискретно-непрерывным потоком платежей. Видно, что оно состоит из двух составляющих, реализованных на временном промежутке проекта $[0, n]$: дискретной и непрерывной.

Дискретная составляющая, как ранее в (1), представляет собой поток платежей, заданный последовательностью моментов платежей $(0, 1, 2, \dots, n, n)$, величинами платежей $(CF_0, CF_1, CF_2, \dots, CF_n, TV)$, совершаемых в эти моменты, а также ставками приведения для периодических платежей R_t и конечного возврата r_t на периодах $(t-1, t)$ при $t \in (1, 2, \dots, n)$.

При описании непрерывной составляющей в дополнение к приведенному в предыдущем разделе статьи выражению (3) следует отметить, что в общем случае во временном промежутке проекта $[0, n]$ могут присутствовать периоды, когда непрерывные платежи отсутствуют, т. е. в которых $\rho(t) = 0$. Поэтому рассматривать приведение непрерывного потока платежей имеет смысл лишь на множестве T , составленном из временных промежутков с ненулевой плотностью платежей. Конечно, все эти временные промежутки

находятся на временном промежутке инвестиционного проекта $[0, n]$.

Отметим, что разные типы потоков платежей могут отражать различные уровни риска и поэтому требовать применения различных ставок приведения [6].

С учетом вышеотмеченного для описания чистой приведенной стоимости дискретно-непрерывного потока с конечным возвратом капитала можно объединить выражения для дискретного и непрерывного потоков платежей, поскольку они независимы по своей природе. Получим следующую формулу:

$$NPV = \sum_{t=0}^n \frac{CF_j}{\prod_{j=1}^t (1+R_j)} + \int \rho(t)v(t)dt + \frac{TV}{\prod_{t=1}^n (1+r_t)}, \quad (4)$$

Именно по ней рассчитывается показатель чистой приведенной стоимости для инвестиционного проекта с дискретно-непрерывным потоком платежей и конечным возвратом капитала.

Внутренняя ставка доходности дискретно-непрерывного потока платежей. Для сравнения инвестиционного проекта с альтернативными (в том числе менее рисковыми банковскими) вложениями используется показатель внутренней ставки доходности, который определяется как положительный корень уравнения доходности:

$$NPV(IRR) = 0. \quad (5)$$

Чтобы преобразовать чистую приведенную стоимость для наиболее общего случая дискретно-непрерывного потока платежей вида (4) к зависимости лишь от одной ставки приведения, следует положить, с одной стороны, в дискретной составляющей

$$R_j = r_j = IRR = \text{const}, \quad (6)$$

с другой стороны, в непрерывной составляющей следует принять выражение функции приведения в виде зависимости от единственной ставки:

$$v(t) = 1/(1 + IRR)^t. \quad (7)$$

Подставляя выражения (6) и (7) в формулу (4), получим уравнение доходности для определения величины показателя внутренней ставки доходности для проекта с дискретно-непрерывным потоком капитализируемых платежей:

$$\sum_{t=0}^{t=n} CF_t / (1 + IRR)^t + \int \rho(t)dt / (1 + IRR)^t + TV / (1 + IRR)^n = 0. \quad (8)$$

Положительный корень уравнения (8) и будет представлять искомое значение внутренней ставки доходности проекта. Несмотря на внешнюю громоздкость уравнения (8), решается оно относительно просто. Обычно для этого достаточно использования электронных таблиц Microsoft Excel. Основную сложность представляет собой подготовка данных и запись уравнения в электронных таблицах. Далее решение находится с помощью надстройки «Поиск решения», встроенной в электронные таблицы.

Ставка приведения методом накопления рисков. Как было отмечено в заключительном разделе статьи [7], значение ставки приведения (капитализации) в формулах вида (1)–(4), применяемых и при оценке объектов недвижимости или предприятий, обычно определяется методом накопления финансовых рисков. Ниже приведены основные положения этого метода с учетом его развития [9].

В методе накопления предлагается учесть все доходности (премии), связанные с рисками рассматриваемого инвестиционного проекта. Принимая во внимание экономическое местоположение проекта, в общем случае выделяются безрисковая ставка R_0 , премия за страновой риск R_c , премия за отраслевой риск $R_{отр}$ и поправка на объектный риск $r_{об}$, представляющие исчерпывающий набор независимых друг от друга рисков [17; 8].

Перемножая соответствующие доходности, была получена следующая четырехпараметрическая формула Трифонова [9] для ставки приведения какого-либо инвестиционного проекта:

$$R = (1 + R_0)(1 + R_c)(1 + R_{отр})(1 + r_{об}) - 1. \quad (9)$$

Численные значения всех параметров в этой формуле принципиально зависят от выбора денежной единицы, используемой в проекте [5, с. 283].

При расчете в долларах США значение **безрисковой ставки** R_0 следует искать на портале Федеральной резервной системы (ФРС) США [11]. Общепринятым при этом является мнение, что в качестве ориентира безрисковой ставки для какого-либо объекта оценки предпочтительно выбирать государственные ценные бумаги со сроком погашения, сравнимым со сроком жизни этого объекта оценки [4]. Исходя из этого, для

использования в инвестиционном проектировании, где обычно глубина прогноза 5–10 лет, следует выбирать данные по доходности обязательств казначейства США со сроком погашения соответственно в 5, 7 или 10 лет, с включением инфляции или без, в зависимости от учета этого параметра во всех расчетах проекта.

Значение премии за страновой риск R_c по доллару США ежемесячно рассчитывается автором с 2004 г. и публикуется в бюллетенях Белорусского общества оценщиков (БОО). С появлением в Беларуси долгосрочных государственных облигаций (еврооблигаций) в основу расчетов полагаются сведения об их доходности R_{pr} (по данным агентства Bloomberg), предоставляемые в рамках сотрудничества БОО с Министерством финансов Республики Беларусь. Именно такие сведения дают рыночное представление об отношении к инвестициям в страну, агрегирующее все виды риска, включаемого в страновой: общеэкономического, финансового, социально-политического характера, и присутствующего в стране независимо от рассматриваемого проекта.

В расчете премии за страновой риск используется выражение, имеющее следующий вид:

$$R_c = (1 + R_{pr}) / (1 + R_0) - 1. \quad (10)$$

Отметим, что выражение, подобное (10), использовалось почти 25 лет назад в фундаментальном справочнике по фондовым рынкам США [13]. Для включения в (10) значения безрисковой ставки R_0 используются сведения ФРС по текущей доходности обязательств казначейства со сроком погашения, совпадающим со сроком жизни обязательств исследуемой страны. На 1 января 2021 г. премия за страновой риск Беларуси составила 5,1 %. Для сравнения: рассчитанная аналогично премия за страновой риск России (по доходности 30-летних еврооблигаций Российской Федерации с погашением в 2047 г.) оказалась равной 1,4 %, Украины — 3,2 %, Таджикистана — 9,7 %. На 1 апреля 2021 г. премия за страновой риск Беларуси выросла до 5,6 %.

Размер премии за отраслевой риск $R_{отр}$ по доллару США для инвестиционных проектов, связанных с недвижимостью, обычно менее премии за страновой риск R_c . При этом название «отрасль» носит условный характер, в нем объединяются предприятия, извлекающие доход одинаковым способом. Если в отрасли, связанной с рассчитываемым инвестиционным проектом, есть достаточное число n предприятий, котирующих свои акции на Белорусской валют-

но-фондовой бирже, то для расчета можно воспользоваться методом цены финансовых вложений (capital asset price model, CAPM) [15; 14] в следующем виде:

$$R_{отр} = \beta(R_m - R_0), \quad (11)$$

где R_m — доходность по всему рыночному портфелю, составленному из этих n предприятий, а множитель систематического риска отрасли β рассчитывается как среднее значение подобных множителей каждого из референтных предприятий:

$$\beta = \sum \sigma_{im} / (n\sigma_m^2). \quad (12)$$

Здесь σ_{im} — ковариация доходности предприятия i с рыночным портфелем, σ_m^2 — дисперсия доходности рыночного портфеля.

Поправка на объектный риск $r_{об}$, связанная непосредственно с объектом исследования (инвестиционным проектом) и зависящая от его физических характеристик и управления, обычно не превышает половины премии за отраслевой риск [8]. Поправка на объектный риск учитывает отличие инвестиционного проекта от среднотраслевого и может быть положительной (если показатели проекта ниже среднотраслевых) или отрицательной (если проект лучше среднотраслевого). У типичного для отрасли проекта объектный риск отсутствует.

При расчете инвестиционного проекта **в белорусских рублях** страновой риск по определению отсутствует, и формула (9) для ставки приведения упрощается на один сомножитель:

$$R = (1 + R_0)(1 + R_{отр})(1 + r_{об}) - 1. \quad (13)$$

Полученное выражение называется трехпараметрической формулой Трифонова [9]. В этом случае значение безрисковой ставки следует определять, исходя из наименее рискованных альтернативных денежных вложений в национальной денежной единице внутри страны. Это могут быть долгосрочные государственные облигации, номинированные в национальной валюте.

Выводы. В некоторых инвестиционных проектах (например, в сфере розничной торговли) поток платежей носит дискретно-непрерывный характер. Использование приведенных в статье формул позволяет рассчитать эффективность таких проектов с помощью показателей NPV и IRR без обычного огрубления расчетов применением дискретной модели.

При этом значение ставки капитализации в условиях Республики Беларусь удобно рассчитывать методом накопления рисков с использованием, в зависимости от выбора денежной единицы оценки, четырех- или трехпараметрической формулы.

Литература

1. Бабук, И. М. Инвестиции: финансирование и оценка экономической деятельности / И. М. Бабук. — Минск : ВУЗ-Юнити, 1996. — 161 с.
2. Гейзлер, П. С. Управление проектами : практ. пособие / П. С. Гейзлер, О. В. Завьялова. — Минск : Книж. дом ; Мисанта, 2005. — 288 с.
3. Гусаков, Б. И. Экономическая эффективность инвестиций собственника : дис. ... д-ра экон. наук : 08.00.05 / Б. И. Гусаков. — Минск : Белорус. гос. политехн. акад., 1998. — 242 с.
4. Дамодаран, А. Инвестиционная оценка. Инструменты и техника оценки любых активов : пер. с англ. / А. Дамодаран. — М. : Альпина Бизнес Букс, 2004. — 1342 с.
5. Коупленд, Т. Стоимость компаний: оценка и управление : пер. с англ. / Т. Коупленд, Т. Коллер, Дж. Коллер. — М. : Олимп-бизнес, 1999. — 472 с.
6. Международные стандарты оценки : пер. с англ. / редколл.: И. Л. Артеменков (гл. ред.), С. А. Табакова, М. А. Федотова, Х. М. Увайсова, А. Г. Саркисян, Н. Ю. Трифонов. — М. : Рос. о-во оценщиков, 2020. — 182 с.
7. Трифонов, Н. Ю. Оценка стоимости доходной недвижимости в современных условиях / Н. Ю. Трифонов // Новая экономика. — 2019. — Спецвыпуск № 2. — С. 108—112.
8. Трифонов, Н. Ю. Оценка финансовых рисков в Республике Беларусь / Н. Ю. Трифонов // Вес. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. гуманіт. навук. — 2012. — № 3. — С. 58—60.
9. Трифонов, Н. Ю. Развитие метода накопления рисков для расчета ставки капитализации [Электронный ресурс] / Н. Ю. Трифонов // Экон. наука соврем. России. — 2021. — № 1. — С. 7—14. — Режим доступа: [https://doi.org/10.33293/1609-1442-2021-1\(92\)-7-14](https://doi.org/10.33293/1609-1442-2021-1(92)-7-14).
10. Трифонов, Н. Ю. Теория оценки стоимости : учеб. пособие / Н. Ю. Трифонов. — Минск : Выш. шк., 2017. — 208 с.
11. Federal Reserve Board — Home [Electronic resource]. — Mode of access: <http://federalreserve.gov/>.
12. Fisher, I. The Theory of Interest: As determined by impatience to spend income and opportunity to invest it [Electronic resource] / I. Fisher. — New York : Macmillan, 1930. — Mode of access: <http://www.econlib.org/Library/YPDBooks/Fisher/fshToI.html>. — Date of access: 02.02.2021.
13. Ibbotson, R. G. Stocks Bonds Bills and Inflation 1996 Yearbook: Market Results for 1926—1995 (Stocks, Bonds, Bills and Inflation (Sbbi) Yearbook / R. G. Ibbotson & Associates. — Chicago : The Associates, 1996.
14. Lintner, J. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets / J. Lintner // Review of Economics and Statistics. — 1965. — Vol. 47. — No. 1. — P. 13—37.
15. Sharp, W. F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk / W. F. Sharp // Journal of Finance. — 1964. — Vol. 19, No. 3. — P. 425—442.
16. Solomon, E. The arithmetic of capital budgeting decisions / E. Solomon // The Journal of Business. — 1956. — No. 29. — P. 124—129.
17. Trifonov, N. Business Valuation in Emerging Market / N. Trifonov // The first Int. Conf. on Business Valuation. Jan. 24—25, 2008, Thailand. — Bangkok : Thai Appraisal Foundation, 2008. — P. 81—89.

Статья поступила в редколлегию: 22.04.2021