УДК 681.513.5

АЛГОРИТМ ПРИМЕНЕНИЯ МОДИФИЦИРОВАННОГО ПРИНЦИПА МАКСИМУМА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА
ALGORITHM FOR APPLYING THE MODIFIED MAXIMUM PRINCIPLE TO CONSTRUCT AN OPTIMAL CONTROLLER

Новиков С.О., к-т техн. наук, доцент, Новикова Л.И., ст. преподаватель
Белорусский национальный технический университет, г. Минск, Беларусь
S. Novikov, Ph.D., associate professor, L. Novikova., senior lecturer
Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus

Аннотация. Рассматривается задача позиционного управления электроприводом постоянного тока с переменным моментом инерции по критерию минимума электрических потерь с учетом локальных ограничений.
Annotation. The problem of positional control of a direct current electric drive with a variable moment of inertia is considered according to the criterion of minimum electrical losses, taking into account local constraints.

Ключевые слова: *Оптимальное управление, модифицированный принцип максимума, момент инерции, двигатель постоянного тока.*
Key words: *Optimal control, modified maximum principle, moment of inertia, DC motor.*

ВВЕДЕНИЕ

Предлагается алгоритм применения положений модифицированного принципа максимума для управления электромеханической системой с переменными параметрами нагрузки, рассматриваемой как электропривод с двигателем постоянного тока (ЭПТ), корректирующей обратной связью по скорости и переменным моментом инерции [1].

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Методика применения модифицированного принципа максимума предполагает следующий порядок. Уравнение равновесия моментов на валу ЭПТ может быть представлено в виде (1):

$$J(\alpha)\frac{dv}{dt} = \mu_э - \hat{\mu}_н(\alpha, v) \tag{1}$$

где $\hat{\mu}_н(\alpha,v) = \mu_н + (v^2/2) * (dJ(\alpha)/d\alpha)$, $\mu_н$ $- const$.

Поскольку, для электропривода $dq/dt = i^2$ и $d\alpha/dt = v$ тогда систему уравнений движения электропривода (1) запишем в следующем виде:

$$\frac{dq}{dt} = i^2, \qquad J(\alpha)\frac{dv}{dt} = i - \hat{\mu}_н, \qquad \frac{d\alpha}{dt} = v \tag{2}$$

где q – потери;

i – ток якоря, который в относительных единицах равен $\mu_э$.

Граничные условия при этом имеют вид:

$$\nu(0) = 0, \nu(T) = 0, \alpha(0) = 0, \alpha(T) = \alpha_T \tag{3}$$

На решениях системы (2), при соблюдении условий (3), требуется выбрать такой закон изменения тока якоря, который доставит минимум функционалу (4):

$$q = \int_0^T i^2\, dt \ \rightarrow min \tag{4}$$

Произведем замену аргумента t на ν, при этом система уравнений привода (2) примет следующий вид (5):

$$\frac{dq}{d\nu} = \frac{J(\alpha) * i^2}{i - \hat{\mu}_н(\alpha, \nu)}, \qquad \frac{dt}{d\nu} = \frac{J(\alpha)}{i - \hat{\mu}_н(\alpha, \nu)}, \qquad \frac{d\alpha}{d\nu} = \frac{J(\alpha) * \nu}{i - \hat{\mu}_н(\alpha, \nu)} \tag{5}$$

а граничные условия для этой задачи будут следующие (6):

$$q(0) = 0, \nu(0) = \nu_0 = 0, \nu(T) = \nu_T = 0, \alpha(0) = 0, \alpha(T) = \alpha_T \tag{6}$$

Для системы (6) запишем функцию Л.С. Понтрягина (7):

$$H = \frac{(\psi_0 i^2 + \psi_1 + \psi_2 \nu) J(\alpha)}{i - \hat{\mu}_н(\alpha, \nu)} \tag{7}$$

Уравнения для сопряженных переменных, «новых коэффициентов», имеют вид (8):

$$\frac{d\psi_0}{d\nu} = -\frac{\partial H}{\partial q} \equiv 0, \qquad \frac{d\psi_1}{d\nu} = -\frac{\partial H}{\partial t} \equiv 0$$
$$\frac{d\psi_2}{d\nu} = -\frac{\partial H}{\partial \alpha} = \tag{8}$$
$$= -\frac{(\psi_0 i^2 + \psi_1 + \psi_2 \nu) J(\alpha)}{(i - \hat{\mu}_н(\alpha, \nu))^2} \left[\frac{\partial J(\alpha)}{\partial \alpha} \big(i - \hat{\mu}_н(\alpha, \nu)\big) + \left(\frac{\nu^2}{2}\right) \frac{\partial^2 J(\alpha)}{\partial \alpha^2} \right]$$

Из условия $\frac{\partial H}{\partial i} = 0$, выбираем $\psi_0 = 1$ и определяем оптимальный закон изменения тока якоря (9):

$$i^* = \hat{\mu}_н(\alpha,\nu) \pm \sqrt{\hat{\mu}_н(\alpha,\nu) + \psi_1 + \psi_2\nu} \tag{9}$$

Обозначим некоторую ступень постоянства $J(\alpha)$ и ψ_2 индексом *j*, а следующую за ней индексом *j + 1*. Точки разрывов кусочно-постоянной функции $J(\alpha)$ от аргумента *ν* не зависят. Поэтому гамильтониан в оптимальном процессе непрерывен. Исходя из этого и приравниваются соответствующие индексы *j* и *j + 1*:

$$\frac{(i_j^* + \psi_1 + \psi_{2j}\nu_j)J_j}{i_{j+1}^* - \hat{\mu}_{нj}} = H_j = H_{j+1} = \frac{(i_{j+1}^* + \psi_1 + \psi_{2j+1}\nu_{j+1})J_{j+1}}{i_{j+1}^* - \hat{\mu}_{нj+1}} \tag{10}$$

Отсюда (10), с учетом выражения для тока (9), получаем

$$\pm J_j i_j^* = \pm J_{j+1} i_{j+1}^* \tag{11}$$

где знак «+» соответствует участку разгона;

знак «–» участку торможения.

Подставляя (9) в (11), получаем формулу для определения ψ_{2j+1} в виде

$$\psi_{2j+1} = \left(\left({J_j i_j^*}\Big/{J_{j+1}} + \hat{\mu}_н(\alpha,\nu)\right)^2 - \hat{\mu}_{нj+1}{}^2 - \psi_1\right)/\nu_j \tag{12}$$

Для моделирования работы системы управления с регулятором (9), необходимо выбрать начальные значения для «коэффициентов» ψ_1.и ψ_2 Поскольку в начальный момент времени $\nu = 0$, то начальное значение ψ_2 может быть практически любым, и (9) принимает следующий вид (13):

$$i^* = \mu_н \pm \sqrt{\mu_н + \psi_1} \tag{13}$$

Отсюда, принимая во внимание ограничения, которые накладываются на ЭПТ и условие (4) можно произвести выбор начального значения для ψ_1. Необходимо отметить, что значение для ψ_1. выбирается только один раз, т. е. в начальный момент времени. Рекомендуемое начальное значение для ψ_1 можно выбрать исходя из номинальных параметров ЭПТ согласно (14), а значение ψ_2. затем рассчитывается автоматически на каждом шаге итерационного вычислительного процесса.

$$\psi_1 = (i_н - \mu_н)^2 - \mu_н \tag{14}$$

Процесс позиционирования имеет участки разгона и торможения. Из непрерывности гамильтониана в оптимальном процессе следует непрерывность оптимального управления (тока i^*) и поэтому переключение на торможение происходит при скорости $\nu = \nu_п$, определяемой из условия $\hat{\mu}_н(\alpha,\nu) + \psi_1 + \psi_2\nu = 0$. Задаваясь для системы (2) с регулятором (9) начальными значениями констант ψ_1.и ψ_2 так, чтобы выполнялись граничные условия (3). Полученный процесс и является решением задачи в исходной постановке.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исходя из выше изложенного, алгоритм расчета может быть представлен в следующем виде:

– Ввод исходных данных $(\mu_0, k_1, k_2, k_3, t,\ \psi_1, \psi_2, k)$ и инициализация переменных $(\nu = 0,\ \alpha = 0, t = 0, q = 0,\ \mu_н = \mu_0)$;

– Вычисление момента инерции и момента сопротивления нагрузки, значения тока и скорости на n-м шаге;

– Модификация значения угла для следующего шага;

– Вычисление моментов инерции и момента сопротивления нагрузки, значений тока и скорости, вычисление электрических потерь, коэффициента Ψ_2 на *n + 1*-м шаге;

– Подготовка вычислительной процедуры к следующему шагу. Проверка условий окончания процедуры управления, если $\hat{\mu}_н(\alpha,\nu) + \psi_1 + \psi_2\nu \geq 0$, то участок разгона обозначаем *k = 1* и переходим к шагу 3, иначе в (11) *k = –1* и значение под корнем берем по модулю, после чего переходим к шагу 6;

– Проверка условий окончания процедуры расчета управления, если скорость больше нуля, то переход к шагу 3, иначе к шагу 7.

ЛИТЕРАТУРА

1. Панасюк, В.И. Оптимальное управление в технических системах / В.И. Панасюк, В.Б. Ковалевский, Э.Д. Политыко. – Минск : Навука і тэхніка, 1990. – 272 с.

2. Новиков, С.О. Проектирование оптимального по потерям регулятора для управления ЭПТ с переменным моментом инерции в системе программирования CoDeSys / С.О. Новиков, А.В. Пащенко // Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ. Энергетика. – Минск : БНТУ, 2009. – № 3. – С. 28–34.