$$\begin{matrix} \sigma_{ii} = 2\mu\varepsilon_{ii} + \lambda\theta \\ \sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} \end{matrix}, \quad i \neq j = 1,2,3 \text{ (в случае изотропии)},$$

$$\begin{matrix} \sigma_{ii} = (A_{11} - A_{12})\varepsilon_{ii} + A_{12}\theta \\ \sigma_{ij} = 2A_{44}\varepsilon_{ij} \end{matrix}, \quad i \neq j = 1,2,3 \text{ (в случае анизотропии)},$$

на основании которых приводится расчет перемещения точек упругого тела в пакете ANSYS для изотропного материала сталь с упругими постоянными: $E = 2\cdot 10^{11}$, $G = 7800$, $\nu = 0{,}23$ и кубически анизотропного материала вольфрам с упругими постоянными: $A_{11} = 50{,}1 10^{10}$, $A_{12} = 19{,}8 10^{10}$, $A_{44} = 15{,}14 10^{10}$, $G = 18600$.

УДК 517.4

Применение рядов Фурье

Швецова А.Р., Микулик Н.А.
Белорусский национальный технический университет

Непрерывное преобразование Фурье на интервале $(-\infty;\infty)$ выглядит следующим образом: $H(f) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{2\pi i f t} dt$ – прямое; $h(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{-2\pi i f t} df$ – обратное; $W_N^{kn} = e^{-\frac{2\pi k n}{N}}$ – поворачивающий множитель.

Перейдем к дискретному виду преобразования Фурье (ДПФ) и выполним некоторые замены:

$$X_N(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn}, \quad k = 0,1,\ldots,N-1 \text{ – прямое,} \tag{1}$$

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_N(k) W_N^{-kn}, \quad n = 0,1,\ldots,N-1 \text{ – обратное.} \tag{2}$$

Свойство симметрии: $W_N^{k+N/2} = -W_N^k$. (3)

Свойство периодичности: $W_N^{k+N} = W_N^k$. (4)

Разобьем ряд (1) по четным и нечетным значениям n:

$$X_N(k) = \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2r) W_N^{k(2r)} + \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2r+1) W_N^{k(2r+1)}, \text{ учтем}$$

$$W_N^{k(2r+1)} = W_N^{k(2r)} \times W_N^k, \quad X_N(k) = \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2r) W_N^{2rk} + W_N^k \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2r+1) W_N^{2rk}$$

Используя свойства (3)–(4), имеем окончательное выражение быстрого преобразования Фурье (БПФ):

$$X_N(k) = \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2r) W_{N/2}^{rk} + W_N^k \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2r+1) W_{N/2}^{rk}. \quad (5)$$

УДК 519.22+004.451.9

Аналитическое решение некоторых дифференциальных уравнений в системе MathCAD с помощью преобразования Лапласа

Шпилевский А.В., Юринок В.И.
Белорусский национальный технический университет

Алгоритм получения аналитического решения опишем следующим образом. Прежде всего, левую часть дифференциального уравнения нужно подвергнуть преобразованию Лапласа, т.е. действию оператора laplace. С помощью этого оператора находим изображения всех функций правой части и производных. Затем полученное алгебраическое уравнение решаем относительно переменной s с помощью встроенной функции solve. После этого выполняем обратное преобразование Лапласа для того, чтобы от изображения перейти назад к оригиналу, т.е. получить решение исходного дифференциального уравнения. Для этого нужно использовать оператор invlaplace. В результате получается аналитическое решение, в которое с помощью оператора substitute подставляем начальные условия.