УДК 621.835-41:514.764

Решение системы дифференциальных уравнений в Mathcad с целью профилирования кулачка ТНВД

Жуковец В.Н.
Белорусский национальный технический университет

При решении задачи о вычислении радиуса кривизны профиля кулачка можно придти к следующей системе дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dH}{d\varphi} = H \cdot tg\gamma \\ \dfrac{d\gamma}{d\varphi} = 1 - \dfrac{H \cdot K}{\cos\gamma} \end{cases},$$

где $H(\varphi)$ - расстояние между осями вращения кулачка и ролика, мм; $\gamma(\varphi)$ - угол давления кулачка на ролик, радианы; $K(\varphi)$ - кривизна линии, эквидистантной профилю кулачка, 1/мм; φ - угол поворота кулачкового вала, радианы. Выполнив ряд преобразований исходной системы, можно получить следующее дифференциальное уравнение:

$$K \cdot \gamma''_{\varphi\varphi} - K \cdot tg\gamma \cdot (\gamma'^2_{\varphi} - 1) - K'_{\varphi} \cdot \gamma'_{\varphi} = -K'_{\varphi}.$$

Полученное нелинейное неоднородное уравнение второго порядка имеет решение из суммы частных решений:

$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$, где γ_1 - решение однородного уравнения:

$$K \cdot \gamma''_{1\varphi\varphi} - K \cdot tg\gamma_1 \cdot (\gamma'^2_{1\varphi} - 1) - K'_{\varphi} \cdot \gamma'_{1\varphi} = 0.$$

Частное решение в виде $\gamma_2 = \varphi + A$ удовлетворяет при любом виде правой части, где A - постоянная величина, определяемая начальными условиями. Для нахождения решения γ_1 воспользуемся подстановками вида: $y(x) = \sin\gamma_1$; $x = \varphi - \varphi_0$. Здесь величины y и x являются лишь параметрами подстановки, не связанными с декартовой системой координат. В результате получаем линейное уравнение:

$$K \cdot y''_{xx} - K'_{x} \cdot y'_{x} + K \cdot y = 0.$$

Данное уравнение можно решить аналитически.